

14.03.2014

XII открытая олимпиада по математике
УО «ГГТУ им. П.О.Сухого»

10-11 класс (школьники)



1. а) В одном государстве (сказочном) не найдется двух человек, у которых оказался бы одинаковый состав зубов: либо у них разное число зубов, либо зубов нет в разных местах. Оцените наибольшую численность населения в этом государстве, если максимальное число зубов у одного человека 32.

б) Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 0,1,2,3,5? Сколько из них делится на 5?

2. При каких значениях параметра k сумма квадратов корней уравнения $x^2 - 2kx + 2k^2 - 6k + 8 = 0$ является наименьшей?

3. Решить систему:
$$\begin{cases} |x-1| + |y-5| = 1, \\ y = 5 + |x-1|. \end{cases}$$

4. В уравнении параболы $y = ax^2 + bx + c$ подберите постоянные коэффициенты a , b и c так, чтобы парабола касалась прямой $y = x$ при $x = 1$ и проходила через точку $(-1; 0)$.

5. На плоскости Oxy построить множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $y - 4 \leq \sqrt{4y - x^2}$.

6. При каких $x \in R$ числа $\sqrt{x^2 + 2x + 1}$, $\frac{x^2 + 3x - 1}{3}$, $x - 1$, взятые в указанном порядке, являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии?

7. Доказать: $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 1 - \frac{1}{n}$, $n \in N$.



Желаем удачи!