

Условия задач заочного тура олимпиады по математике
ГГТУ им. П.О. Сухого (9 класс)

1. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{x^2 - (3a + 3)x + 2a^2 + 6a}{x^2 - 16} = 0$$

имеет ровно один корень, причем положительный.

2. Найдите функцию $y = f(x)$, если для всех x справедливо равенство

$$f(2020 - f(x)) = -2f(x) + 2020$$

и известно, что графиком функции $y = f(x)$ является прямая, непараллельная оси Ox .

3. Дана система неравенств:

$$\begin{cases} |x| + |y| \leq 2 \\ x^2 + y^2 \leq 4(x + y - 1) \end{cases}.$$

Найти площадь фигуры, координаты точек которой удовлетворяют:

а) первому неравенству системы; б) двум неравенствам системы.

4. Какое наибольшее число шариков диаметра 1 можно поместить в коробку размером $10 \times 10 \times 1$?

5. Таня и Петя устроили забег по лестнице в многоэтажном доме. Выяснилось, что Петя успевает три раза добежать до четвертого этажа и вернуться на первый за время, пока Таня поднимается на шестнадцатый этаж. На какой этаж успеет подняться Петя, пока Таня будет бегать с первого этажа на шестой и обратно? Считайте, что Таня и Петя бегают вверх-вниз с постоянными скоростями.

6. На олимпиаде по математике участникам было предложено три задачи: по алгебре, по геометрии и по тригонометрии. Из 60 участников задачу по алгебре решили 45 человек, по геометрии – 33, по тригонометрии – 33. С задачами по алгебре **или** геометрии справились 54 ученика, по алгебре **или** тригонометрии – 54 ученика, по геометрии **или** тригонометрии – 45 учеников, а 5 участников не выполнили ни одного задания. Сколько учеников решили все три задачи?

7. Среди посетителей кафе провели опрос. На вопрос «Что Вы предпочитаете: чай или кофе?» большая часть посетителей ответила «Кофе», меньшая – «Чай», один человек затруднился ответить. Далее оказалось, что

среди любителей чая 30% предпочитают чёрный, 70% – зелёный. Кроме того выяснилось, что среди любителей кофе 56,25% предпочитают пить его с молоком, а 37,5% – без молока, и лишь один человек затруднился ответить. Сколько респондентов было опрошено?

8. В цветочном магазине продаются розы и гвоздики. Сегодня 3 розы и 1 гвоздика вместе стоят столько, сколько стоили 5 гвоздик вчера. А 1 гвоздика и 2 розы сегодня стоят столько же, сколько 1 гвоздика и 3 розы вчера. Что дороже: 1 роза и 2 гвоздики сегодня или 5 гвоздик вчера?

9. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$. Прямая MN пересекает стороны DE и EF в точках M и N соответственно, причём $EM + EN = DE$. Найдите сумму углов, под которыми отрезок MN виден из всех вершин шестиугольника, исключая E (т.е. сумму $\angle NFM + \angle NAM + \angle NBM + \angle NCM + \angle NDM$).

10. Комната имеет форму равностороннего треугольника со стороной 5 м. По периметру комнаты вдоль каждой стены расставлены разные угощения: вдоль одной стены – горшочки с мёдом, вдоль другой – банки с вареньем, вдоль третьей – пирожные с кремом. В центре комнаты за столом сидит Винни-Пух. Для полноценного ужина ему необходимы все три блюда: мёд, варенье и пирожное. Какое наименьшее расстояние придётся пройти Винни-Пуху для того, чтобы взять мёд, варенье и пирожное и вернуться за стол?

